ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ИНСТИТУТ ПЕДАГОГИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ

Методические рекомендации для экспертов территориальных предметных комиссий по проверке выполнения заданий с развернутым ответом экзаменационных работ выпускников IX классов общеобразовательных учреждений

Государственная (итоговая) аттестация выпускников IX классов общеобразовательных учреждений (в новой форме)

2009 год

ГЕОМЕТРИЯ

Москва
2009 год

Научный руководитель: к.п.н., Ковалева Г.С., заместитель директора ФИПИ

Авторы-составители: Г.К.Безрукова, Н.Б.Мельникова, Н.В.Шевелева

Повышение объективности результатов государственной (итоговой) аттестации выпускников 9 классов общеобразовательных учреждений (в новой форме) во многом определяется качеством экспертной проверки территориальными предметными комиссиями выполнения заданий с развернутым ответом. Рекомендации по формированию и организации работы предметных комиссий (подкомиссий) территориальной экзаменационной комиссии субъекта Российской Федерации, создаваемых для организации оценивания экзаменационных работ в рамках государственной (итоговой) аттестации обучающихся, освоивших образовательные программы основного общего образования (Приложение 3 к письму Рособрнадзора от 29.02.2008 № 01-96/08-01) содержат положение о том, что «Территориальные предметные комиссии в своей работе руководствуются… рекомендациями и инструкциями уполномоченной организации, осуществляющей по поручению Рособрнадзора разработку экзаменационных заданий по проверке и оцениванию экзаменационных работ обучающихся, освоивших образовательные программы основного общего образования». На практике это означает необходимость ознакомления экспертов территориальных предметных комиссий с общими подходами к проверке и оценке экзаменационных работ, а также определенной тренировки для обучения их приемам работы с системой оценивания экзаменационной работы по предмету. Это позволит обеспечить «соблюдение процедуры проверки экзаменационных работ обучающихся» и повысить надежность результатов.

С этой целью специалистами Федерального института педагогических измерений подготовлены методические пособия для организации подготовки экспертов территориальных предметных комиссий, подкомиссий по проверке выполнения заданий с развернутым ответом в 2009 г. Пособие по предмету включает в себя описание экзаменационной работы 2009 года, научно-методические подходы к проверке и оценке выполнения заданий с развернутым ответом, примеры ответов учащихся с комментариями к оценке этих ответов, а также материалы для самостоятельной работы эксперта.

Авторы будут благодарны за предложения по совершенствованию пособия.

Содержание

`В пособии три раздела. В первом приводится описание структуры экзаменационной работы по геометрии и дается её краткая характеристика. Особое внимание уделено описанию назначения заданий 13 – 15 работы, при выполнении которых выпускник должен записать решение.

Во втором разделе рассматриваются подходы к разработке критериев оценки выполнения заданий с развернутым ответом. Приводятся примеры решений экзаменуемых, оцененные различными баллами (от 0 до 3 в зависимости от сложности задания и критериев оценки его выполнения). К этим решениям даются комментарии, объясняющие выставление именно такой оценки. Примеры позволяют составить представление об общих критериях оценки выполнения заданий с развернутым ответом и конкретизированных критериях, которые специально разрабатываются для оценки решений конкретной задачи.

В третьем разделе приводятся примеры решения экзаменуемых задач третьей части экзаменационной работы по геометрии, которые предназначены для групповой и самостоятельной работы экспертов по проверке их выполнения.

1. Структура экзаменационной работы по геометрии 2009 года. Назначение заданий с развернутым ответом и их особенности

Особенности содержания и структуры экзаменационной работы по геометрии определяются целью проведения экзамена за курс основной школы: – обеспечить оценку общеобразовательной подготовки по предмету выпускников IX класса общеобразовательных учреждений. При этом результаты итоговой аттестации могут быть использованы и при приеме учащихся в профильные классы старшей школы.

Содержание экзаменационной работы определяется государственным стандартом основного общего образования по математике (не предусматривающим профильный уровень изучения предмета). Проверка достижения стандарта осуществляется включением в содержание работы только тех вопросов, которые входят в Требования к уровню подготовки выпускников основной школы по геометрии. Очевидно, что содержание и сложность проверочных заданий напрямую связаны с содержанием курса, который выпускники изучали в 7-9 классах. Разрабатываемые в настоящее время экзаменационные работы рассчитаны на выпускников общеобразовательных классов, изучавших геометрию не менее 2 часов в неделю.

Экзаменационная работа по геометрии в 2009 году включает 15 заданий, на выполнение которых отводится 3 часа (180 минут). Она состоит из трех частей, различающихся по назначению, а также содержанию, сложности и формам включенных в них заданий.

Структура вариантов экзаменационной работы 2009 года

Уровень сложности	Часть 1 Базовый	Часть 2 Повышенный	Часть 3 Высокий
Число заданий	**8**	**5**	**2**
Тип заданий и форма ответа	**№1 – №4** с выбором ответа **№5 – №8** с кратким ответом	**№9 – №12** с кратким ответом **№ 13** с развернутым ответом	**№14, №15** с развернутым ответом

Назначение государственной (итоговой) аттестации определяет специфику содержания экзаменационной работы. Проверке подлежит материал предметных тем, по которым распределено содержание школьного курса геометрии: «Геометрические фигуры и их свойства», «Измерение геометрических величин», «Векторы». Материал тем «Геометрические преобразования» и «Построения с помощью циркуля и линейки» выделен в тексте стандартов курсивом[1]. Основное внимание уделяется проверке практических умений. В меньшей степени осуществляется прямая проверка овладения теоретическим материалом курса, что так свойственно традиционному экзамену по курсу геометрии в устной форме.

Специфика предмета «Геометрия» такова, что позволяет проверять одно и то же предметное умение на материале разного содержания. По этой причине распределение заданий в работе проводится по уровню сложности.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня (№1 – №8), что составляет 53% от общего числа заданий в работе. Содержание заданий соответствует обязательным требованиям к подготовке выпускника основной школы по геометрии. При их выполнении от учащегося требуется распознать ранее изученную ситуацию и сделать вывод на основании известных теоретических фактов.

Часть 2 содержит 5 заданий повышенного уровня (№9 – №13), при решении которых от учащегося требуется применить свои знания в измененной ситуации для описанных в условии геометрических фигур, используя при этом методы, известные ему из школьного курса. Полнота проверки обеспечивается тем, что все задания различаются по форме и назначению. Есть задача, при решении которой чертеж требуется выполнить самостоятельно. Одна из задач носит практический характер; включено в работу и задание на проверку системности знаний о геометрической фигуре; представлена в работе и задача на доказательство.

Специфика первых двух задач второй части (№№ 9,10) такова, что предложенная в условии ситуация требует знаний о свойствах различных конфигураций. В их решении, как правило, не более 2-3 шагов, что позволяет подготовленным выпускникам решать их очень быстро.

Для решения практической задачи (№11) экзаменуемым необходимо сопоставить известную им математическую модель с реальной ситуацией, описанной в условии, и сделать выводы на основании её применения.

При решении задачи на множественный выбор проверяются знание и понимание изученных геометрических фактов.

Назначение последней задачи (№13) – проверка умения проводить доказательные рассуждения. Участникам экзамена необходимо доказать два утверждения. При этом требуется знание о свойствах различных геометрических конфигураций и умение их примененять в сочетании 2-3 методов решения.

Часть 3 включает две самые сложные задачи (№14, №15), при решении которых выпускникам надо применять свои знания в новой ситуации. От экзаменуемых потребуется проанализировать условие, самостоятельно разработать способ решения, привести обоснования, доказательства выполненных действий и математически грамотно записать полученное решение. Эти задания можно сравнить с первыми (не самыми сложными) заданиями традиционных экзаменационных работ по курсу планиметрии для классов с углубленным изучением математики.

Выполнение заданий части 1 позволяет зафиксировать достижение выпускником уровня обязательной подготовки по курсу геометрии основной школы, наличие которой принято оценивать положительной отметкой «3». Выполнение заданий частей 2 и 3 позволяет осуществить последующую более тонкую дифференциацию учащихся по уровню подготовки по предмету и на этой основе выставить более высокие аттестационные отметки («4» и «5»).

В работе используются три типа заданий: с выбором ответа; с кратким свободным ответом; с развернутым ответом.

Задания с выбором ответа (№№1-4) используются только в первой части работы для проверки знаний и понимания основных геометрических понятий и умения применять стандарт-

[1] Курсивом выделен материал, который подлежит изучению, но не включается в Требования к уровню подготовки выпускников, то есть, на итоговую проверку не выносится.

ные алгоритмы в знакомой ситуации. К каждому заданию предлагается 4 варианта ответа, из которых только один верный. Задание считается выполненным верно, если выбран правильный ответ. Верное выполнение задания оценивается 1 баллом.

Задания с кратким ответом (№№5-12) в виде некоторого числа используются в первой и второй частях работы. При их выполнении необходимо только записать искомое число. Выполненные выпускниками решения или обоснования не проверяются. Верное выполнение каждого из заданий №№5-11 оценивается одним баллом.

Задание №12 – задача на множественный выбор, выполнение которого оценивается 2 баллами, если указаны все 3 верных ответа и при этом не указаны неверные ответы; 1 баллом – если правильно указаны не менее 2 верных ответов и при этом указано не более одного неверного ответа; 0 баллов – во всех остальных случаях.

Задания с развернутым ответом используются во второй и третьей частях работы для проверки сформированности более сложных предметных умений – анализировать ситуацию, разрабатывать способ решения, проводить и записывать математически грамотные рассуждения. В 2009 году в каждый вариант экзаменационной работы включены три задания с развернутым ответом: одно (№13) – повышенного уровня и два (№№ 14,15) – высокого уровня сложности. Эти задачи различны по своему назначению.

Первая задача (№13) – задача на доказательство, рассчитана на отличника по геометрии в обычном общеобразовательном классе, который в старшей школе может и не выбрать профильное изучение математики.

Следующая по расположению задача (№14) по уровню примерно соответствует средним по сложности задачам в классах с углубленным изучением. Хотя для решения подобных задач вполне достаточно одного-двух хорошо известных из школы методов, но применять их приходится уже в ситуации, которая дословно, может быть, и не встречалась в школьных учебниках.

Последнее по расположению в работе задание (№15) рассчитано на выпускников, предполагающих в будущем углубленно изучать математику, в частности, геометрию. Эти задачи ориентированы на выявление творческих способностей выпускников основной школы. Как правило, новая для экзаменуемого ситуация разрешается с помощью самостоятельной разработки метода решения, требующего дополнительного построения, а также использования нескольких приемов решения из различных по тематике разделов курса геометрии.

Выполнение заданий с развернутым ответом оценивается экспертами на основе специально разработанных критериев. Уровень требований возрастает с возрастанием уровня сложности задания. В зависимости от правильности решения задания №№ 13, 14 оцениваются от 0 до 2 баллов. В зависимости от полноты и правильности решения задания № 15 выставляется от 0 до 3 баллов.

При проверке экзаменационной работы за её выполнение выставляется аттестационная отметка, а также общий балл, который равен сумме баллов, выставленных за все задания работы. Аттестационная отметка по пятибалльной шкале, которая используется в школе, выставляется на основе общего балла.

Подходы к проверке и оценке заданий с развернутым ответом, прежде всего, определяются назначением и характерными особенностями этих заданий. Они содействуют дифференциации экзаменуемых по уровню образовательной подготовки по геометрии, позволяют выделить выпускников, которые наиболее успешно усвоили курс геометрии основной школы и лучше подготовлены к продолжению обучения в старшей школе в целом, и к профильному изучению предмета, в частности.

Характеризуя высокий уровень подготовки по предмету, многие методисты выделяют следующие его качества:

- умение выполнить чертеж, соответствующий ситуации, представленной в условии задачи;
- прочное владение системой знаний, указанных в школьной программе по геометрии;

- умение обосновывать сделанные выводы ссылкой на известные теоремы и определения;
- умение построить логически верную цепочку доказательных рассуждений, шагов решения, которые позволяют прийти к требуемому выводу;
- умение синтезировать информацию из различных разделов школьного курса геометрии для решения поставленной проблемы;
- умение математически грамотно записать решение поставленной задачи.

Необходимость проверки этих качеств подготовки накладывает определенные требования на содержание и уровень сложности заданий с развернутым ответом.

Практика работы общеобразовательной школы показывает, что обеспечить возможность комплексной проверки указанных качеств позволяет такая задача, в которой представлена проблема, решаемая с помощью переноса знаний в новую для школьника ситуацию. Такие задания, как правило, носят комплексный характер, допускают несколько способов решений, различающихся использованием различных методов, и, соответственно, различной системой ссылок (аргументацией).

2. Общие подходы к оцениванию заданий с развернутым ответом. Примеры оценивания решений учащихся.

Оценка выполнения заданий с развернутым ответом в рамках государственной (итоговой) аттестации по геометрии в новой форме проводится с учетом полноты и правильности приведенного решения.

В соответствии с назначением и особенностями задач с развернутым ответом и требованиями к подготовке учащихся по геометрии, достижение которых проверяется этими заданиями, в решениях фиксируются следующие аспекты, характеризующие его полноту и правильность:

- конечный результат (для вычислительных задач – правильный ответ), полученный при верном ходе решения;
- выполнение промежуточных построений, вычислений;
- обоснование выводов (шагов), приводящих к правильному ответу;
- логика решения.

Практика показывает, что с учетом этих аспектов может быть проверено и объективно оценено решение любой геометрической задачи при любом способе ее решения и аргументации (отличающейся в зависимости от обучения по разным учебникам).

Задача считается выполненной верно, когда получен правильный ответ при достаточном объеме обоснований, промежуточных выкладок, которые потребовались при переходе от исходных данных к конечному результату.

При определении шкалы балловых оценок за выполнение заданий мы опирались на следующие положения.

1) Задания с развернутым ответом рассчитаны на учащихся, способных продемонстрировать следующие умения:

– синтезировать способ решения задачи, используя для этого знания, полученные при изучении различных разделов курса;
– обосновать свои последующие действия;
– безошибочно выполнить соответствующие преобразования и вычисления;
– учитывать при получении конечного ответа условие задачи.

2) Учащиеся, имеющие хорошую подготовку по предмету, *не должны допускать грубых ошибок* (геометрических, математических, логических, вычислительных) при выполнении соответствующих построений и математических выкладок.

3) Оценка заданий определяется полнотой и правильностью решения проблемы, поставленной в условии задачи.

Полнота и правильность решения определяются:

– присутствием и правильностью приведенной последовательности всех необходимых шагов решения, отвечающих используемому верному методу решения;
– правильностью обоснования ключевых моментов решения;
– правильностью выполнения соответствующих построений и вычислений;
– верным конечным ответом и его соответствием условию задачи.

Если решение учащегося отвечает всем этим требованиям, то его можно считать полным и правильным. В этом решении не должно быть описок или ошибок, которые могут привести к неверному ответу.

Важно выделить тех учащихся, которые сумели сконструировать полностью способ решения. Поэтому при дальнейшем отходе от такого решения считаем возможным допустить пропуск промежуточных шагов или отсутствие обоснований ключевых моментов решения или наличие неверных обоснований. Допускаются также ошибки в вычислениях.

Допускается также частичное конструирование способа решения и демонстрация достаточно заметных продвижений по ходу решения, выполнение хотя бы части его шагов. Таким образом, отход от полного и правильного решения характеризуется уменьшением полноты шагов решения и правильности соответствующих обоснований и вычислений.

Дальнейший отход от полного и правильного решения, то есть снижение требований, возможен только в сторону допущения различного рода грубых ошибок в методе решения, которые не должны присутствовать у учащихся, имеющих высокую математическую подготовку.

К грубым ошибкам относятся ошибки, которые обнаруживают незнание учащимися формул, правил, основных свойств, теорем и неумение их применять;

к негрубым ошибкам относятся вычислительные ошибки,

к недочетам относятся: нерациональное решение, описки, недостаточность или отсутствие пояснений, о которых специально упоминается в конкретизированных критериях, разработанных для оценки конкретного задания, а также неточности в обоснованиях, которыми являются замена свойства на определение или признак, неверное название теорем или формул.

Если одна и та же ошибка (недочет) встречается несколько раз, то это рассматривается как одна ошибка (один недочет). Зачеркивания в работе свидетельствуют о поисках решения, что считать ошибкой или недочетом не следует.

По результатам выполнения работы 2008 года можно говорить о неподготовленности значительного числа выпускников к записи обоснованного решения задач по геометрии. Большинство решений, приводимых учащимися, направлены на вычисление искомых геометрических величин и не сопровождаются соответствующими объяснениями.

Указанным недочетам есть несколько объяснений.

1) В течение многих лет в школе на изучение геометрии отводится только два часа в неделю, и экзамен переведен в ранг экзамена по выбору.

2) На вступительных экзаменах в средние специальные и высшие учебные заведения последнее время перестали требовать обоснование при записи решений геометрических задач (все чаще используются лишь задания с выбором или кратким ответом).

3) В школе задания на вычисления вытеснили задачи на доказательство, которые способствовали развитию умения обосновывать приводимые утверждения и умозаключения.

Постепенно это привело к снижению качества выполнения обоснований учащимися при решении геометрических задач.

В связи с этим для каждого из трех заданий с развернутым ответом, включенных в вариант экзаменационной работы по геометрии, разработана своя шкала выставления баллов за его выполнение.

Уровень требований к обоснованию ключевых моментов возрастает с возрастанием уровня сложности задания.

В задании № 13 требуется провести доказательство двух приведенных утверждений. Чаще всего требуемый вывод можно сделать на основании использования признаков равенства (подобия) треугольников, других известных теорем, не проводя никаких дополнительных построений. Доказательство каждого из утверждений оценивается в 1 балл.

Критерии оценивания выполнения задания № 13

Баллы	Содержание критерия
2	Доказаны оба из предложенных в задаче утверждений.
1	Доказано только одно из утверждений.
0	Все случаи решения, которые не соответствуют вышеуказанным критериям выставления оценок в 1 и 2 балла.

Критерии выполнения задания № 14 учитывают только правильность хода решения и полученного ответа, но не включают требование к его обоснованию. Объясняется это тем, что при выполнении задания требуется применить способ решения, процедура которого достаточно отработана в школьном курсе геометрии, а потому не нуждается в подробном обосновании.

Критерии оценивания выполнения задания № 14

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения правильный. Решение завершено. Все преобразования и вычисления выполнены верно. Получен верный ответ.
1	Ход решения правильный. Решение завершено. Допустимы описка или негрубая ошибка в вычислениях и преобразованиях, не влияющая на правильность хода решения. В результате этих недочетов возможен неверный ответ.
0	Все случаи решения, которые не соответствуют вышеуказанным критериям выставления оценок в 1 и 2 балла.

В полном объеме описанные выше подходы к оцениванию заданий по геометрии применимы лишь к самому сложному заданию работы - задаче № 15.

1. Самым высоким баллом («3» балла) оценивается полное и правильное решение, в котором есть ссылки на теоретические факты, необходимые для обоснования ключевых моментов решения. Обоснованию подлежат также способы нахождения элементов геометрических фигур, которые указаны в условии задачи. Решение ученика может содержать обоснования и других утверждений. При этом в нем не должно быть неверных утверждений.

2. Задание считается выполненным верно и в том случае, когда его решение оценено в «2» балла. Такая оценка выставляется, если при правильном ходе решения ученик явно описал, но, возможно, не обосновал взаимное расположение и свойства геометрических фигур, играющих ключевую роль в решении задачи. Допускается, что ученик не обосновал ни одного ключевого момента.

Снижение требований объясняется тем, что высокий уровень сложности геометрической задачи приводит к тому, что даже само описание учащимся свойств геометрических фигур позволяет судить о понимании учащимся предложенной задачи и высоко оценить умения и интуицию выпускников. Если при этом правильно выполнены вычисления, необходимые для получения ответа, то можно сделать вывод о высоком уровне общей подготовки ученика по предмету.

Общие критерии оценивания выполнения задания № 15

Баллы	Содержание критерия
3	Найден верный способ решения. Приведена верная последовательность всех шагов решения. Верно обоснованы все ключевые моменты[2] выбранного способа решения. Верно выполнены все преобразования и вычисления. Получен верный ответ.
2	Приведена верная последовательность всех шагов решения. Явно описаны или могут быть отмечены на чертеже свойства представленных в условии фигур и их элементов, которые играют важную роль в решении задачи. Допустимо отсутствие обоснований или неточности[3] в обоснованиях ключевых моментов. Приведенные в решении обоснования не содержат грубых ошибок. Допустимы одна описка и/или негрубая вычислительная ошибка, не влияющие на правильность дальнейшего хода решения. В результате ошибки или описки может быть получен неверный ответ.
1	Ход решения правильный, но решение, возможно, не завершено[4]. Допустимо отсутствие обоснований ключевых моментов решения. Приведенные в решении обоснования не содержат грубых ошибок. Допустимы негрубые ошибки в вычислениях или в преобразованиях, не влияющие на правильность хода решения. В результате этих ошибок может быть получен неверный ответ.
0	Все случаи решения, которые не соответствуют вышеуказанным критериям выставления оценок в 1, 2, 3 балла.

Далее приведены примеры заданий 2008 года. К ним даются решения и критерии оценки, разработанные авторами пособия. Также предлагаются решения заданий, выполненные учащимися. Даются краткие комментарии авторов пособия относительно выставленной за предложенные решения оценки.

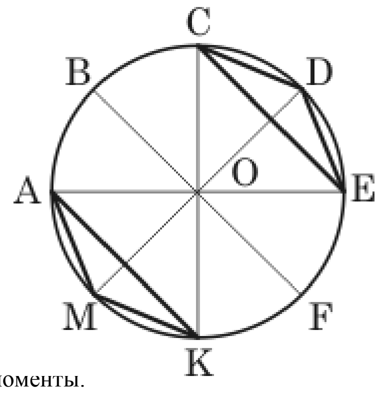
Задание № 13

Дан правильный восьмиугольник *ABCDEFKM*. Докажите, что треугольники *CDE* и *AMK* равны, а прямые *DM* и *AK* перпендикулярны.

Образец возможного решения:

1) У треугольников *CDE* и *AMK* по условию *CD=AM=MK=DE*, как стороны правильного восьмиугольника, а $\angle CDE = \angle AMK$, как углы правильного восьмиугольника.

Треугольники *CDE* и *AMK* равны по двум сторонам и углу между ними.



2) Треугольник *AMK* равнобедренный (по условию *AM=MK*). $\angle MOD = \mathbf{360^{\circ} : 8 \cdot 4 = 180^{\circ}}$, где *O* – центр правильного восьмиугольника. Тогда диагональ *MD* правильного восьмиугольника содержит биссектрису угла M треугольника *AMK*, проведенную к его основанию *AK*, следовательно, содержит и высоту равнобед-

[2] В критериях, разработанных для конкретного решения, перечисляются все ключевые моменты.

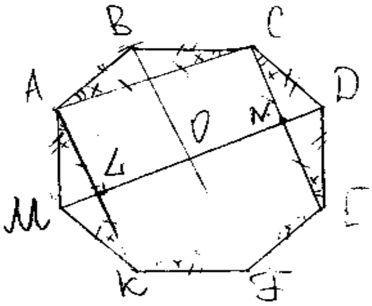
[3] Неточностями в обоснованиях являются замена свойства на определение или признак, или, наоборот, а также неверное название теорем или формул.

[4] В критериях, разработанных для конкретного решения, перечисляется, какие шаги решения должны быть выполнены обязательно.

ренного треугольника *AMK*. То есть прямые *MD* и *AK* перпендикулярны.
Что и требовалось доказать.

Разработка конкретизированных критериев в данном случае не требуется, а потому перейдем к рассмотрению на конкретных примерах возможных вариантов решения и их оценивания.

Пример 1



Д-во:

1) Т.к. восьмиугольник правильный, то
$AB=BC=CD=DE=EF=FK=KM=AM$
и $\angle CDE=\angle DEF=\angle EFK=\angle FKM=$
$=\angle KMA=\angle MAB=\angle ABC=\angle BCD$

2) $\triangle CDE=\triangle AMK$ (по 2ум сторонам и углу между ними)
$\triangle CDE$ и $\triangle AMK$ – равнобедренные.

3) Построим AC и KE; $\triangle ABC=\triangle KEF$
(д-во аналогично $\triangle CDE=\triangle AMK$)

4) $\triangle ABC=\triangle CDE=\triangle EFK=\triangle AMK$ (по 2ум сторонам, углу между ними) =>
$AC=CE=KE=AK$.

5) $\angle MAK=\angle AKM=\angle BAC=\angle BCA=\angle DCE=$
$=\angle DEC=\angle KEF=\angle FKE=x$ (как углы при основании в $\triangle$ равнобедренных)
Любой угол в правильном восьмиугольнике равен 135° (т.к. сумма углов $=1080°$)
$\angle CAK=135°-2x$; $\angle ABC=135°$
Рассмотрим $\triangle ABC$: сумма углов в $\triangle$ =
$=180°$ => $\angle BAC=\angle BCA=\frac{180°-135°}{2}=\frac{45°}{2}=22,5°$

$\angle CAK=135°-45°=90°$.

6) Аналогично доказывается, что
$\angle ACE=90°$, $\angle CEK=90°$; $\angle KAC=90°$

7) из пункта 4), 5), 6) => что ACEK – квадрат.
8) проведем серединный перпендикуляр LN в квадрате ACEK; AL = LK; LN ⊥ AK и проведем медиану ML в равнобедренном △AMK. ML = медиане и высоте. Получается, что ML лежит на прямой, которой принадлежит серединный перпендикуляр LN
9) Аналогично DN лежит на прямой, которой принадлежит серед. перпенд. LN.
⇓
MD ⊥ AK.

Комментарии:

Предложенное решение не лишено замечаний. При доказательстве первого утверждения формально не указано, какие конкретно стороны и углы равны.

Для доказательства второго утверждения выбран не самый рациональный подход. В ходе рассуждений допущен ряд неточностей, например, в шаге 5 делается вывод о равенстве углов только лишь потому, что это углы при основании равнобедренных треугольников. На равенство этих треугольников явной ссылки нет. Неудачна и формулировка «ML ***равна*** медиане и высоте» в шаге 8 решения.

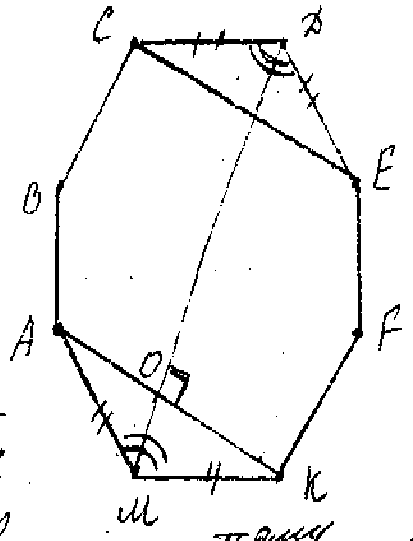
Но при этом учащийся понимает, что необходимо обосновать тот факт, что точки M, L, N, D лежат на одной прямой, что свидетельствует о наличии у него достаточного уровня подготовки для решения подобной задачи.

Оба утверждения, в итоге, доказаны, а потому задание можно считать выполненным верно.

Оценка - 2 балла.

Пример 2

Дано:
ABCDEFKM – восьмиуг. правильн.
Док-ть: $\triangle CDE = \triangle AMK$
$DM \perp AK$
Док-во:



1) $\triangle CDE = \triangle AMK$ т.к.
$CD = DE = AM = MK$ (в правильном восьмиугольнике все стороны равны) и
$\angle CDE = \angle AMK$ (т.к. в правильном многоуг. все углы равны) $\Rightarrow$ $\triangle$-ки равны по I-ому признаку подобия.

2) Рассмотрим $\triangle AMK$: т.к. треугольник равнобедренный, то MO – биссектриса, медиана и высота $\Rightarrow AK \perp OM \Rightarrow AK \perp MD$.

ЧТД

Комментарии:

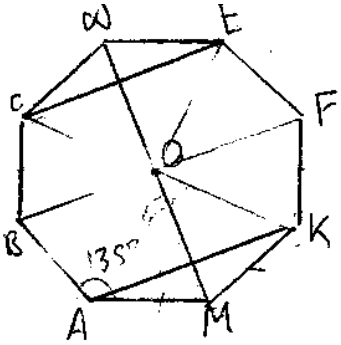
Доказанным можно считать лишь первое утверждение.

При доказательстве перпендикулярности MD и AK утверждение о том, что MO – биссектриса, никак не обосновано. Действительно, если O – точка пересечения MD и AK, то почему MO – биссектриса? Если исходно проведена биссектриса MO, то почему она пройдет через точку D? На чертеже не показан центр правильного многоугольника, поэтому делать предположение о знании учащимся соответствующего свойства правильного многоугольника не приходится.

Второе утверждение не доказано, поэтому еще один балл не начисляется.

Оценка - 1 балл.

Пример 3.



Дано: прав. 8-уг. ABCDEFKM

Док-ть: $\triangle CDE = \triangle AMK$

$DM \perp AK$

Док-во.

1) $\triangle CDE = \triangle AMK$ (по 2 сторонам и углу)

2) Сумма углов 8-ка равна $180(8-2) = 1080$

3) Каждый угол равен $1080 : 8 = 135^\circ$

4) Центральный угол равен $\frac{360}{8} = 45^\circ$

5) ~~∠OAM = ∠OMA = 67,5 (т.к. OM - биссект)~~

Комментарии:

То, что учащийся не смог доказать второе утверждение, очевидно.

Но и в первом случае нельзя присвоить балл: верно указан признак, по которому заданные в условии треугольники равны, но не указаны равные элементы (нив записи, ни в обозначении на рисунке).

Вероятно, учащийся знает как доказать утверждение, но явно не умеет проводить доказательные рассуждения.

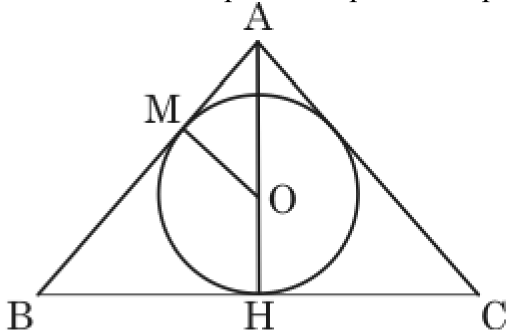
Оценка - 0 баллов.

Задание № 14.1

В равнобедренный треугольник ABC с основанием BC вписана окружность. Она касается стороны AB в точке M. Найдите радиус окружности, если $AM = \mathbf{6}$ и $BM = \mathbf{24}$.

Образец возможного решения:

1) Пусть AH – высота равнобедренного треугольника ABC. Из свойств равнобедренного треугольника ABC следует, что AH – биссектриса этого треугольника. Поэтому центр O вписанной в треугольник окружности лежит на отрезке AH, и окружность касается основания BC данного треугольника в точке H.



2) Поскольку отрезки касательных к окружности, проведенные из одной точки, равны, получаем: $BH = BM = \mathbf{24}$.

3) В прямоугольном треугольнике ABH $AB = AM + MB, AB = \mathbf{30}$ и $AH = \sqrt{AB^2 - BH^2}, AH = \mathbf{18}$.

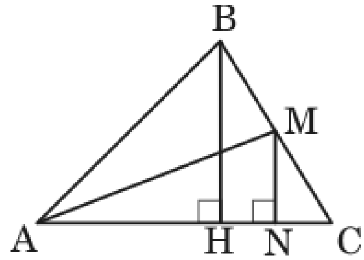
4) Прямоугольный треугольник ABH подобен прямоугольному треугольнику AOM (по двум углам). Откуда $\dfrac{AH}{AM} = \dfrac{BH}{OM}$. Получаем: $OM = \dfrac{BH \cdot AM}{AH}, OM = \mathbf{8}$.

Задание № 14.2

Найдите площадь остроугольного треугольника ABC, если известно, что $\angle BAC = 45^\circ$, $AB = 10\sqrt{2}$, а медиана $AM = 13$.

Образец возможного решения:

1) В остроугольном треугольнике ABC основание H высоты BH лежит на стороне AC.



В прямоугольном треугольнике ABH: $BH = AB \cdot \sin 45^\circ$, $BH = 10$ и $AH = AB \cdot \cos 45^\circ$, $AH = 10$.

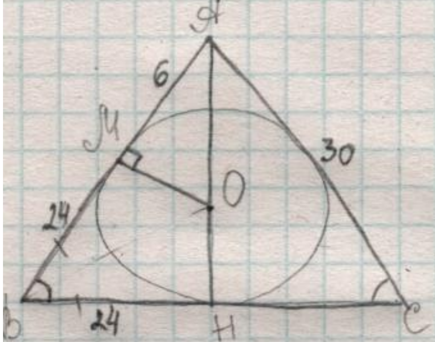
2) Через точку M проведем прямую, параллельную прямой BH и пересекающую сторону AC в точке N.

Тогда по теореме Фалеса $HN = NC$. Значит, отрезок MN является средней линией треугольника BCH, и $MN = \dfrac{1}{2} BH = 5$ и $MN \perp AC$.

3) В прямоугольном треугольнике AMN $AN = \sqrt{AM^2 - MN^2}$, $AN = 12$. Поскольку $AN > AH$, то $HN = AN - AH$ и $HN = 2$. Используя $AC = AN + NC$ и $HN = NC$, получаем: $AC = 14$.

4) $S_{\Delta ABC} = \dfrac{1}{2} AC \cdot BH$, откуда $S_{\Delta ABC} = 70$.

Пример 4.



Дано:
$\triangle ABC$; $AB = AC$.
окр. $(O; r)$
~~$r = OH$~~
$M \in AB$
$AM = 6$ см; $BM = 24$ см

Найти: r - ?

Решение:

1) $AH \perp BC$, следовательно $\angle CAH = \angle BAH$.
2) $BH = BM = 24$ см (т.к. касательная, проведенная к окружности равны)
3) $AH = 18$ см (по т. Пифагора) из $\triangle BAH$, где $AB = BM + MA = 30$ см; $BH = 24$ (см. п. 2).
4) $\dfrac{AH}{AM} = \dfrac{BH}{OM}$ (т.к. $\triangle AHO \sim \triangle AHB$)

r
$OM = \dfrac{AM \cdot BH}{AH} = \dfrac{24 \cdot 6}{18} = 8$ см

Ответ: 8 см

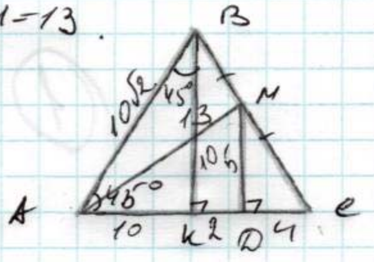
Комментарии:

Предложенное решение имеет недостатки: в шаге 2, конечно, речь идет о равенстве ***отрезков*** касательных, проведенных к окружности из одной точки. В целом, предложенное решение удовлетворяет требованиям, предъявляемым к решению на 2 балла, и позволяет составить представление о достаточно высоком уровне подготовки ученика по геометрии.

Оценка – 2 балла.

Пример 5.

Найдите площадь остроуг. ΔABC, если известно, что $\angle BAC=45^\circ$, $AB=10\sqrt2$, а медиана $AM=13$.



Решение:

$S_\Delta=\frac12 h_a a$

$\boxed{S_\Delta=\frac12 ab\sin\angle C}$

$S_{\Delta ABM}=S_{\Delta AMC}$

$S_\Delta=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}=ab\sin\angle C$.

$S_{\Delta ABM}=\frac{10\sqrt2+13+x}{2}\left(\frac{10\sqrt2+13+x-2\cdot10\sqrt2}{2}\right)\cdot\left(\frac{10\sqrt2+13+x-2\cdot13}{2}\right)\cdot$

$\cdot\left(\frac{10\sqrt2+13+x-2x}{2}\right)=$

$=\frac{10\sqrt2+13+x}{2}\cdot\frac{13+x-10\sqrt2}{2}\cdot\frac{10\sqrt2-13+x}{2}\cdot\frac{10\sqrt2+13-x}{2}$

1) Проведем высоту BK:

ΔABK; $\angle ABK=\angle BAK=45^\circ \Rightarrow AK=KB, \Rightarrow$

$AB^2=2AK^2 \Rightarrow AK^2=\frac{200}{2}=100 \Rightarrow AK=10$

(очевидно)

2) Проведем из $(\cdot)M$ $\perp$ на AC.

$\Delta BKC \sim \Delta MDC$:

$\frac{BK^{=10}}{MD}=\frac{2MC}{MC} \Rightarrow \frac{10}{MD}=2 \Rightarrow MD=5$

3) ΔAMD прямоуг. $AD=\sqrt{169-25}=12$.

$\sqrt{AM^2-AD^2}$

4) $\frac{\overset{BK}{10}}{\underset{MD}{5}}=\frac{KC}{KC-2} \Rightarrow 5KC=20 \Rightarrow KC=4$.

5) $S_{\Delta ABC}=\frac12 AB\cdot AC\sin45^\circ=\frac12\cdot10\sqrt2\cdot14\cdot\frac{\sqrt2}{2}=80$.

Ответ: 80.

Комментарии:

Первые четыре строчки свидетельствуют о поиске учащимся верного способа решения. Это сделать удалось: правильно определены все шаги решения. Но, верно найдя в шаге 4 длину отрезка КС, учащийся небрежно нанес размеры на чертеж, что и спровоцировало ошибку при нахождении длины отрезка АС=АК+КС=10+4=14 (в работе: 10+2+4=16). Эта ошибка и привела к неверному ответу.

Предложенное решение соответствует критериям оценивания в 1 балл.

Оценка – 1 балл.

Пример 6.

Дано: $\triangle ABC$ – равноб., BC – основ., M – точка касания, $BM = 24$, $AM = 6$

Найти: r – ?

OM – среднее геометр. от AM и BM $\Rightarrow$

$OM = \sqrt{AM \cdot MB} = 12$; OM – радиус впис. окр.

Ответ: 12

Комментарии:

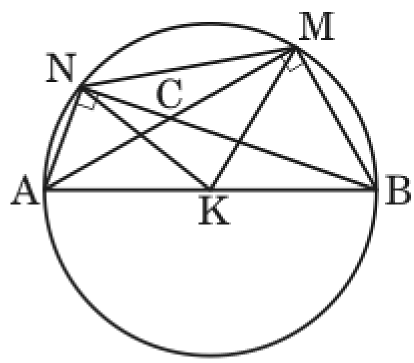
При решении используется утверждение, справедливое для треугольника с прямым углом O, что в нашем случае не так. Это, несомненно, грубая ошибка и приведенное решение неверно.

Оценка – 0 баллов.

Задание № 15.1

В треугольнике ABC проведены высоты AN и BM и отмечена точка K – середина стороны AB. Найдите AB, если известно, что $\angle ACB = 105^\circ$, а площадь треугольника MNK равна 4.

Образец возможного решения:



1) Проведем окружность с центром в точке K и радиусом $r = \dfrac{AB}{2}$. Так как $\angle ANB = 90^\circ$ и $\angle AMB = 90^\circ$ по условию, то точки M и N лежат на построенной окружности и $KM = KN = \dfrac{AB}{2}$.

2) В треугольнике CMB:

$\angle CMB = 90^\circ, \angle BCM = 180^\circ - \angle ACB = 180° - 105° = 75°$

$\angle CBM = 90^\circ - \angle BCM = 90^\circ - 75^\circ = 15^\circ$.

3) Поскольку $\angle NKM$ – центральный угол, опирающийся на ту же дугу, что и вписанный угол $\angle NBM$, и $\angle NBM = \angle CBM$, то $\angle NKM = 2\angle NBM = 30^\circ$.

4) $S_{\Delta MNK} = \dfrac{1}{2} KM \cdot KN \sin 30^\circ$, тогда $\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{AB}{2}\right)^2 \cdot \sin 30^\circ = 4$. Откуда $AB = 8$.

Ответ: 8.

Для разработки конкретизированных критериев оценки способа решения необходимо:

1) определить шаги решения;

2) выделить ключевые моменты, требующие обоснования;

3) установить, сколько и каких шагов решения конкретным способом достаточно, чтобы появилась возможность оценить предложенное решение в 1 балл.

В приведенном выше способе решения задачи выделяются следующие **шаги**:

1) установлено, что точки M и N лежат на окружности радиуса $r = \dfrac{AB}{2}$;

2) вычислена градусная мера угла $\angle CBM$;

3) вычислена градусная мера центрального угла $\angle NKM$;

4) найдена сторона AB.

При этом **ключевыми моментами** решения считаются утверждения:

а) точки M и N лежат на окружности радиуса $r = \dfrac{AB}{2}$;

б) $\angle NKM = 2\angle CBM$.

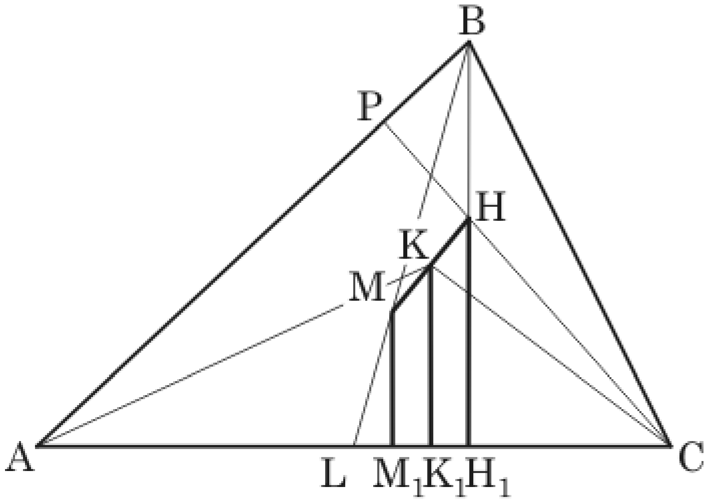
Верного выполнения шагов 1 и 2 достаточно для получения 1 балла.

Задание № 15.2

Высоты треугольника ABC пересекаются в точке H, а медианы – в точке M. Точка K – середина отрезка MH. Найдите площадь треугольника AKC, если известно, что $AB = \mathbf{12}, CH = \mathbf{8}, \angle BAC = \mathbf{45}^\circ$.

Образец возможного решения:

По условию высоты треугольника ABC пересекаются, следовательно, точка H их пересечения расположена внутри этого треугольника.
1) Пусть CP – высота, а BL – медиана треугольника ABC. Обозначим: H_1, K_1, M_1 – основания перпендикуляров, проведенных, соответственно, из точек H, K, M к прямой AC. В прямоугольном треугольнике APC $\angle PAC = 45^\circ$, следовательно, $\angle PCA = 45^\circ$.



2) В прямоугольном треугольнике HH_1C $\angle HCH_1 = 45^\circ$, катеты равны: $CH_1 = HH_1$, $HH_1 = CH \cdot \sin 45^\circ, HH_1 = 4\sqrt{2}, CH_1 = 4\sqrt{2}$. В прямоугольном равнобедренном треугольнике BH_1A катеты равны: $AH_1 = BH_1$, и $BH_1 = AB \cdot \sin 45^\circ$, $BH_1 = 6\sqrt{2}, AH_1 = 6\sqrt{2}$.

3) Треугольник BH_1L подобен треугольнику MM_1L (по двум углам), и $\dfrac{BH_1}{MM_1} = \dfrac{BL}{ML} = \dfrac{3}{1}$ (по свойству медиан треугольника). Отсюда $MM_1 = \dfrac{1}{3} BH_1, MM_1 = 2\sqrt{2}$.

4) Из теоремы Фалеса следует, что отрезок KK_1 является средней линией трапеции HH_1M_1M, поэтому $KK_1 = \dfrac{HH_1 + MM_1}{2}, KK_1 = 3\sqrt{2}$.

5) Поскольку $AC = AH_1 + H_1C, AC = 10\sqrt{2}$. Отсюда $S_{\Delta AKC} = \dfrac{1}{2} AC \cdot KK_1, S_{\Delta AKC} = 30$.

Ответ: 30.

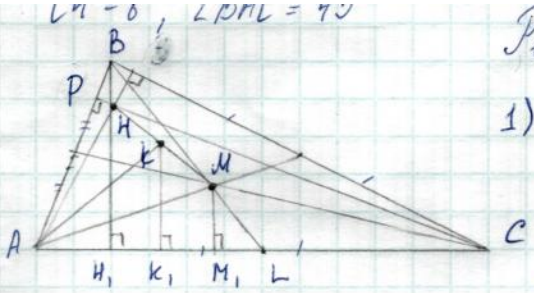
В приведенном выше способе решения задачи выделяются следующие **шаги**:
1) найдена величина угла $\angle PCA$;
2) решены прямоугольные треугольники HH_1C и BH_1A;
3) установлено подобие треугольников BH_1L и MM_1L, и найдена сторона MM_1;
4) вычислена средняя линия KK_1 трапеции HH_1M_1M;
5) вычислена площадь треугольника AKC.

При этом **ключевыми моментами** решения считаются утверждения:
а) прямоугольные треугольники BH_1L и MM_1L подобны;
б) отрезок KK_1 является средней линией трапеции HH_1M_1M.

Как и в первом примере верного выполнения шагов 1 и 2 достаточно для получения 1 балла.

Рассмотрим примеры решения учащимися этих заданий.

Пример 7.



Решение:

1) $\triangle APC$ (прямоуг); $\angle PAC = 45^\circ$

$\Rightarrow PCA = 45^\circ$

2) $\triangle HH_1C$ (прямоуг) $\angle H_1HC = 45^\circ$

зн $CH = H_1H$; $H_1H = CH \cdot \sin 45^\circ$; $HH_1 = 8 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 4\sqrt{2}$

$CH_1 = 4\sqrt{2}$.

3) $\triangle BH_1A$ (прямоугольный, р/б) $AH_1 = BH_1$; $BH_1 = AB \cdot \sin 45^\circ$

$BH_1 = 6\sqrt{2}$, т.к $BH_1 = 12 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$; $AH_1 = BH_1 = 6\sqrt{2}$

4) $\triangle BH_1L \sim \triangle MM_1L$ (по 2-м углам) $\frac{BH_1}{MM_1} = \frac{BL}{ML} = \frac{3}{1}$

(по св-ву медиан)

$MM_1 = \frac{1}{3} BH_1$; $MM_1 = \frac{1}{3} \cdot 6\sqrt{2} = 2\sqrt{2}$

5) Из теоремы Фалеса $\Rightarrow KK_1$ – ср. линия HH_1M_1M (трапеции), зн $KK_1 = \frac{HH_1 + MM_1}{2}$

$KK_1 = \frac{4\sqrt{2} + 2\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2}$

6) $AC = AH_1 + H_1C$; $AC = 6\sqrt{2} + 4\sqrt{2} = 10\sqrt{2}$

$S_{\triangle ACK} = \frac{1}{2} AC \cdot KK_1$; $S_{\triangle ACK} = \frac{1}{2} \cdot 10\sqrt{2} \cdot 3\sqrt{2} = 30$

Ответ: $S_{\triangle ACK} = 30$

Комментарии:

Приведенное решение удовлетворяет требованиям, предъявляемым разработанными конкретизированными критериями к работе на 3 балла. Замечаний по решению нет.

Оценка – 3 балла.

Пример 8.

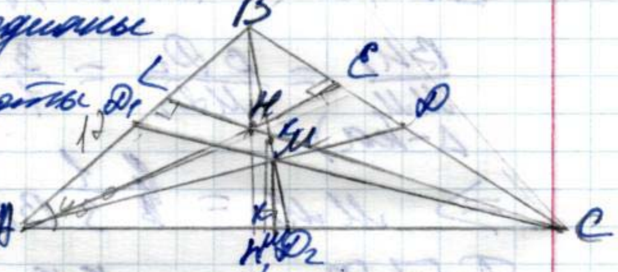
Высоты ΔABC пересекаются в т. H, а медианы – в т. M. Точка K – середина MH. Найдите площадь ΔAKC, если известно что $AB=12$, $CH=8$, $\angle BAC=45^\circ$.

~~AD, HD, A~~

AD, BD_2, CD_1 – медианы

CL, AE, BH_1 – высоты

Найти: $S_{\Delta AKC}$



Решение.

H – ортоцентр

M – центр ~~тяжести~~

$MK = KM$

$AB=12$

$CH=8 \quad \angle BAC=45^\circ$

1) ΔALC – прямоугольный

$\angle AAC=45^\circ$

$\angle LCA=45^\circ$

В прямоуг. ΔHH_1C – равноб.

$CH_1 = HH_1$

$HH_1 = CH \cdot \sin 45^\circ$

$HH_1 = 8 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 4\sqrt{2}$.

2. $\triangle BH_1A$ – прямоуголь. равнобед.

$BH_1 = AH_1$

$BH_1 = 12 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 6\sqrt{2}$

$AH_1 = BH_1 = 3\sqrt{2}$

$\triangle BH_1L \sim \triangle MM_1D_2$ (по 2-м углам)

$\frac{BH_1}{MM_1} = \frac{BD_2}{MD_2} = \frac{3}{1}$ (по св-ву медиан $\triangle$-ка)

$\Rightarrow MM_1 = \frac{1}{3} BH_1 = \frac{1}{3} \cdot 6\sqrt{2} = 2\sqrt{2}$

По Т Фалеса KK_1 – средняя линия трапеции HH_1M_1M

$KK_1 = \frac{HH_1 + MM_1}{2}$

$KK_1 = \frac{4\sqrt{2} + 2\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2}$.

$AC = AH_1 + H_1C = 3\sqrt{2} + 4\sqrt{2} = 7\sqrt{2}$

$S_{\triangle AKC} = \frac{1}{2} \cdot KK_1 \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot 3\sqrt{2} \cdot 7\sqrt{2} =$

$= 21$.

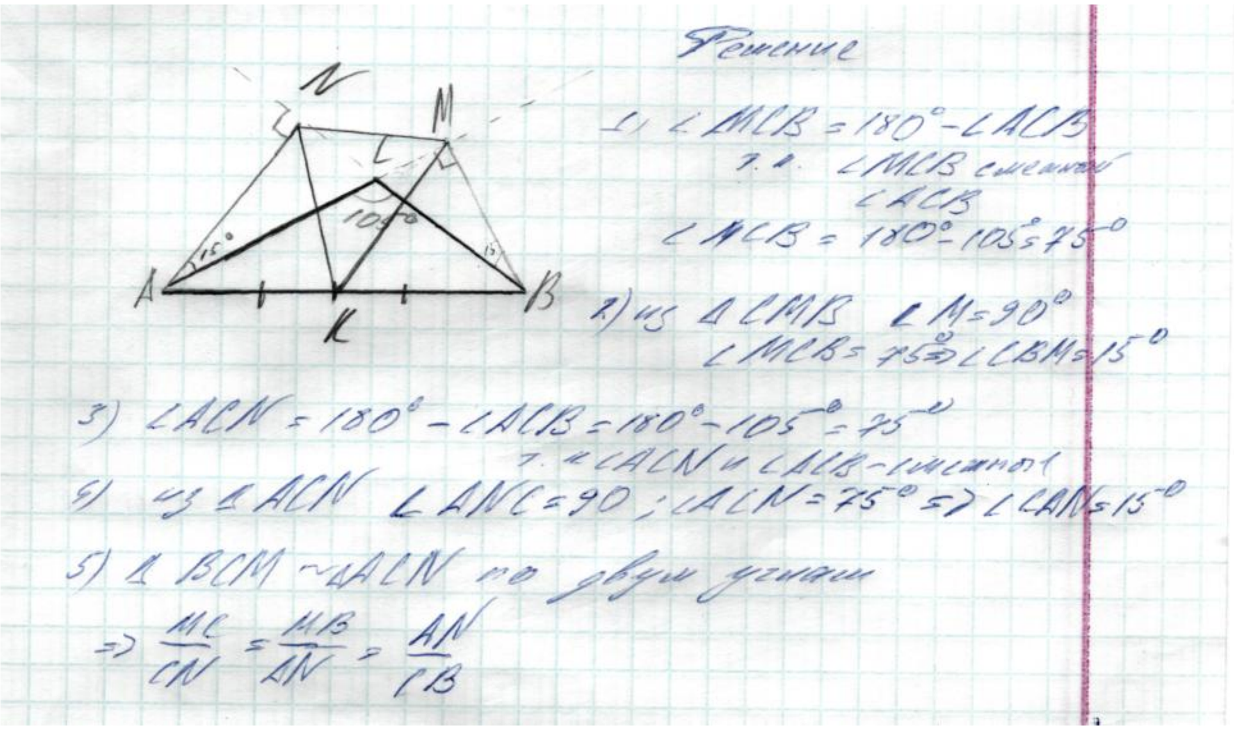
Комментарий:

Учащимся найден верный способ решения этой самой сложной задачи работы: определены шаги и обоснованы ключевые моменты.

В третьей строке шага 2 решения верно найдена длина отрезка BH_1, а в четвертой строке для равной AH_1 вдруг указана величина в 2 раза меньшая. Это и привело к ошибке при вычислении AC и, как итог, неверному ответу в задаче.

Оценка – 2 балла

Пример 9.



Решение

1) $\angle MCB = 180° - \angle ACB$ т.к. $\angle MCB$ смежный $\angle ACB$

$\angle ACB = 180° - 105° = 75°$

2) из $\triangle CMB$ $\angle M = 90°$ $\angle MCB = 75° \Rightarrow \angle CBM = 15°$

3) $\angle ACN = 180° - \angle ACB = 180° - 105° = 75°$ т.к. $\angle ACN$ и $\angle ACB$ – смежные

4) из $\triangle ACN$ $\angle ANC = 90$; $\angle ACN = 75° \Rightarrow \angle CAN = 15°$

5) $\triangle BCM \sim \triangle ACN$ по двум углам

$\Rightarrow \frac{MC}{CN} = \frac{MB}{AN} = \frac{AN}{CB}$

Комментарий:

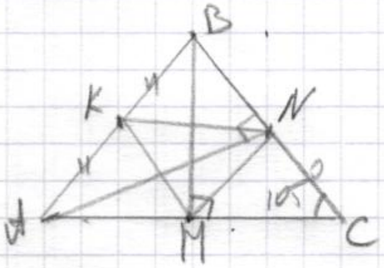
Это – достаточно трудный случай оценивания работы.

Решение не завершено. Но найдена градусная мера угла CBM (то есть, выполнен шаг 2 предложенного авторами решения). Значит, можно ставить 1 балл.

Но это не так. По требованию конкретизированных критериев должны быть верно выполнены оба шага 1 и 2, то есть, обязательно должно быть установлено, что точки M и N лежат на окружности радиуса $r = \frac{AB}{2}$. Это позволяет сделать вывод о понимании учащимся выбранного способа решения задачи, а в нашем случае очевидно, что он не понял, что делать дальше.

Оценка – 0 баллов.

Пример 10.



Дано $\triangle ABC$

AN и BM - высоты

$AK = KB$

$\angle ACB = 105^\circ$

$P_{\triangle MNK} = 4$.

Найти: AB.

Решение.

1) $\triangle AMB$ - прямоугольные

K - середина $AB \Rightarrow KM$ - медиана $\Rightarrow$

$KM = AK = KB \Rightarrow$

Рассмотрим $\triangle AKM$ - равнобедр. $\Rightarrow$

$\angle A = \angle AMK$ (углы при осн)

Рассмотрим $\triangle KMB$ - равноб.

$MK = KB \Rightarrow \angle KMB = \angle KBM$

Комментарий:

Как известно, в критериях к решению задания не предъявляются требования к оформлению чертежей. Но в данном случае исходно неверно выполненный чертеж (изображен остроугольный треугольник) не позволяет автору понять заданную конфигурацию и продвинуться в решении задачи.

Оценка – 0 баллов.

3. Материалы для самостоятельной работы экспертов по проверке и оценке выполнения заданий с развернутым ответом

Работа 1

Задание 13

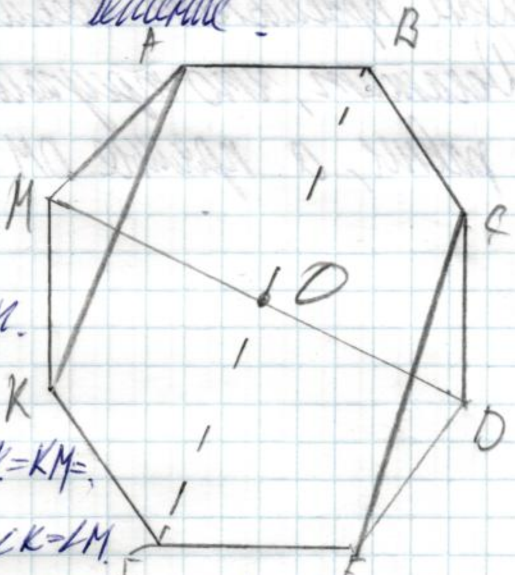
Дано

ABCDEFKM – прав. восьмиуг.

ΔCDE = ΔAMK – ?

DM ⊥ AK – ?

Решение



1) ABCDEFKM – прав восьмиуг. (по условию)

AB=BC=CD=DE=EF=FK=KM= =MK, ∠A=∠B=∠C=∠D=∠E=∠F=∠K=∠M.

ΔCDE=ΔAMK (по 2-м сторонам и углу между ними).

2) Проведем BF. Т.к. восьмиугольник правильный, DM ⊥ BF в точке O пересек.

3) Рассмотрим ΔBDF и ΔCDE. Они подобны: медиана ΔCDE содержится в медиане ΔBDF.

4) Рассмотрим ΔKMA и ΔBMF. Они подобны медиана ΔAMK содержится в медиане ΔBMF.

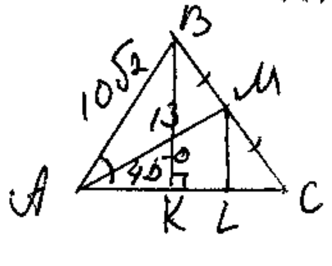
5) DO – медиана ΔBDF

MO – медиана ΔBMF

ΔAMK и ΔCDE – равнобед (прав-восьмиуг) } DM ⊥ AK.

Задание 14

Решение ⑪...



Дано: $\triangle ABC$;
$AB = 10\sqrt{2}$; $\angle BAC = 45^\circ$ AM - медиана
$AM = 13$

Найти $S_{\triangle ABC}$.

1) Проведём: BK - высоту
Рассм. ABK: $\angle ABK = 45^\circ \Rightarrow$
$\triangle ABK$ - равнобедр.
$\sin A = \frac{BK}{AB}$; $BK = 10$
2) $ML \perp$ ~~BC~~ AC
$L \in (AC)$
$ML \parallel BK$
по т. Фалеса
$KL = LC$
3) $ML = \frac{1}{2} BK = 5$ по т. о средней

линии ΔBKC

4) ΔAML : прямой

по т. Пифагора

$AL = \sqrt{13^2 - 25}$

$AL = 12$

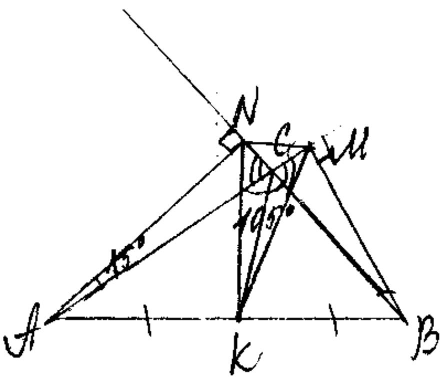
5) ~~$A - AC =$~~ $KL = AL - AK = 12 - 10$

$= 2$

$AC = 14$

6) $S = \frac{1}{2} \cdot 14 \cdot 10 = 70$

Задание 15



Решение.

1). $\Delta ANC \sim \Delta BMC$ (по 2 углам).

$\angle ACN = \angle BCM$ (как вертик).,

$\angle ACN = \angle BCM = 180° - 105° = 75°$, $\Rightarrow$

$\angle NAC = \angle MBC = 90° - 75° = 15°$.

2). В ΔACB : CK – медиана.

Работа 2

Задание 13

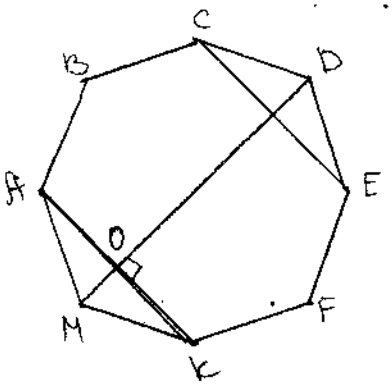
Дано:

ABCDEFKM - правильный

Док-ть

$\triangle CDE = \triangle AMK$

$DM \perp AK$



Док-во:

1) $CD = AM$, $DE = MK$, $\angle AMK = \angle CDE$ (т.к. правильный 8-угольник)

$\Rightarrow \triangle AMK = \triangle CDE$ (по 1 признаку равенства треуголь-ов)

2) В $\triangle AMK$: MO - биссектриса, т.к. $\triangle AMK$ - р/б $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ MO - медиана и высота $\Rightarrow DM \perp AK$.

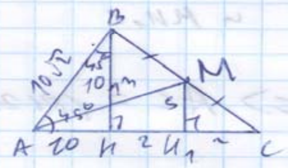
$\triangle AMO = \triangle OMK$ (OM - общ., $AM = MK$, $\angle MAO = \angle OKM$ (при основ))

$\Rightarrow \angle AMO = \angle OMK \Rightarrow$ OM - биссектриса

т.к. $\triangle AMK$ - р/б. $\Rightarrow$ OM - медиана и высота

$MO \perp AK \Rightarrow MD \perp AK$.

Задание 14



Дано: $\triangle ABC$ – остроугольный
$\angle BAC = 45°$, $AB = 10\sqrt{2}$;
$AM = 13$

Найти: S_{ABC} – ?

Решение:

1.) Построим высоту BH.

2.) Рассм. $\triangle$-ик ABH – прямоуг.:

$\angle ABH = 90° - \angle A = 45°$

$\frac{AH}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{10\sqrt{2}}{1}$; $AH = 10$

$\frac{BH}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{10\sqrt{2}}{1}$; $BH = 10$

3.) Построим высоту MH_1

4.) Рассм. $\triangle BHC$ и $\triangle MH_1C$:

$\angle BHC = \angle MH_1C$
$\angle C$ – общ. $\Big| \Rightarrow$ они подобны.

5.) т.к. $BC = \frac{1}{2} MC \Rightarrow$ коэффициент подобия равен $2 \Rightarrow$
$MH_1 = 5$

6.) Рассм. $\triangle$-ик AMH_1 – прямоуг.

$AH_1^2 = 169 - 25 = 144$
$AH_1 = 12$ $\Big| \Rightarrow HH_1 = 12 - 10 = 2$

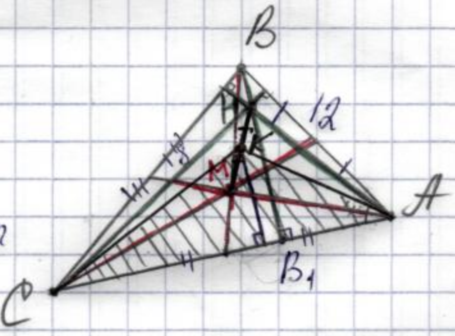
7.) Рассм. подобные $\triangle$-ки BHC и MH_1C

Пусть $H_1C = x \Rightarrow \frac{x+2}{2} = x$
$x + 2 = 2x$
$x = 2$ $\Big| \Rightarrow AC = 10+2+2 = 14$

8.) $S_{ABC} = \frac{1}{2} 14 \cdot 10 = 70$

Ответ: 70

Задание 15



Дано: ΔABC

AH; BH; CH - высоты

AM; BM; CM - медианы

$MK = KH$

$AB = 12$; $CH = 8$; $\angle BAC = 45^\circ$

Найти:

$S_{\Delta AKC}$ - ?

Решение:

1. Рассмотрим ΔABB_1: $\angle BB_1A = 90^\circ$ (т.к. BB_1 - высота); $AB = 12$; $\angle BAB_1 = 45^\circ \Rightarrow \angle ABB_1 = 45^\circ$, получаем $B_1A = BB_1$

по т. синуса получаем: ~~12~~

$$\frac{AB}{\sin B_1} = \frac{B_1B}{\sin A} \qquad \frac{12}{\sin 90^\circ} = \frac{B_1B}{\sin 45^\circ}$$

$$\frac{12}{1} = \frac{B_1B}{\frac{\sqrt{2}}{2}} \Rightarrow B_1B = \frac{\overset{6}{\cancel{12}} \cdot \sqrt{2}}{\cancel{2}_1} = 6\sqrt{2}.$$

Памятка для эксперта

При проверке и оценке экзаменационных работ эксперту необходимо обращать внимание на соблюдение определенных правил и технологии проверки выполнения заданий с развернутым ответом.

1. Проверка экзаменационных работ учащихся по предмету осуществляется на основе системы оценивания, разработанной Федеральной предметной комиссией.

2. Во всех предметах, кроме русского языка, проверка осуществляется по линиям заданий: сначала в выданных на проверку экзаменационных работах эксперт проверяет все задания С1, затем С2, С3 и т.д. Аналогичным образом в работах со сквозной нумерацией заданий по предметам, например, в физике, сначала проверяются во всех работах все задания 23, затем все задания 24, 25, 26; в географии задания 15, 21, 24. Это позволяет существенно повысить качество экспертной оценки и оптимально использовать время проверки.

3. Отдельные элементы технологии, например, назначение третьего эксперта, а также форма бланков-протоколов проверки определяются на региональном уровне.

На региональном уровне определяется, каким символом в протоколе проверки отмечаются задания, которые были не выполнены экзаменуемым, не зависимо от того, пропустил ли участник экзамена задание или не успел его выполнить. Данная информация важна для определения качества заданий. По технологии ЕГЭ отсутствие ответа на задание отмечается символом «N». Наличие на месте ответа непонятных записей, знаков, рисунков или пометок может быть расценено как ответ на задание или подтверждение того, что экзаменуемый приступал к выполнению задания или имел возможность его выполнить, но не выполнил по какой-то причине. В этом случае выставляется 0 баллов.

4. Экспертам необходимо обратить внимание на наличие в системах оценивания по предметам указаний на возможность иного верного решения или ответа, который должен оцениваться, как и те, что повторяют логику примерного ответа в критериях оценивания заданий. Если ответ экзаменуемого отличается от варианта, предложенного в рекомендациях по оцениванию, эксперт должен оценить, понял ли экзаменуемый суть задания или поставленного вопроса и в какой степени продемонстрировал свою способность выполнить данное задание или ответить на данный вопрос. Эксперту не рекомендуется снижать баллы за какие-либо недочеты в ответе ученика, которые, по мнению эксперта, не отвечают идеальному ответу.

5. При проверке и оценке экзаменационных работ не учитываются особенности почерка и наличие грамматических ошибок в работах учащихся (кроме работы по русскому языку), если они не искажают сути ответа.

6. Если ответ ученика содержит значительно больше информации, чем требуется по заданию, или ответ является частично «правильным», но содержит дополнительные элементы, то необходимо придерживаться следующих правил:

- прежде всего, следует установить, противоречат ли элементы ответа друг другу;
- если элементы противоречат друг другу (один правильный, а другой – неправильный), то выставляется 0 баллов;
- если элементы ответа не противоречат друг другу, то наличие дополнительного элемента не учитывается при оценке ответа.

Оценки работ учащихся, представленных в разделе для самостоятельной работы экспертов по проверке и оценке заданий с развернутым ответом*

РАБОТА	БАЛЛЫ		
	№13	**№14**	**№15**
№1	**1**	**2**	**0**
№2	**1**	**2**	**1**